

TENTAMEN

|  |  |
| --- | --- |
| Kursnummer: | HF0024  Matematik för basår II |
| Moment: | TENB |
| Program: | Tekniskt basår |
| Rättande lärare: | Inge Jovik |
| Examinator: | Niclas Hjelm |
| Datum:  Tid: | 2021-04-08  08:00-12:00 |
| Hjälpmedel: | Formelsamling: Björk m fl ”Formler och tabeller” **utan anteckningar**, passare, gradskiva, penna, radergummi och linjal  **Miniräknare är ej tillåten!** |
| Omfattning och betygsgränser: | |  |  | | --- | --- | | **Poäng** | **Betyg** | | 11 | Fx | | 12 – 14 | E | | 15 – 17 | D | | 18 – 20 | C | | 21 – 23 | B | | 24 – 26 | A |   **Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras.**  **Skriv helst med blyertspenna!**  Svaret ska framgå tydligt och vara förenklat så långt som möjligt. Svara med enhet och lämplig avrundning på tillämpade uppgifter. Svara exakt på övriga uppgifter, om inte annat anges. |

1. Bestäm Re *w* om *w* = *z*2 och om *z* bestäms av att  samt arg *z* = 225° **(2p)**

2. Bestäm  om   **(2p)**

3. Lös ekvationen  **(2p)**

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen  för vilken gäller att

 **(2p)**

5. Formeln  beskriver en talföljd där 

a) Beräkna de fyra första talen i talföljden, d v s . **(1p)**

b) Beräkna summan av de hundra första talen i talföljden **(1p)**

6. Beräkna  **(2p)**

7. Låt .

a) Bestäm en linjär approximation  till  kring . **(2p)**

b) Använd approximationen  för att beräkna ett närmevärde till  då

. **(1p)**

8. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen  **(3p)**

9. Visa att formeln för volymen av ett klot fås då det område som begränsas av kurvan och x-axeln roterar kring x-axeln.  **(3p)**



y

x

10. Ekvationen  har en lösning . Lös ekvationen. **(3p)**

11. Temperaturen hos en glasstårta stiger med en hastighet (i C/h), som i varje ögonblick

är 40 % av skillnaden mellan rummets temperatur och glasstårtans temperatur.

Temperaturen på glasstårtan är -15 C när den tas ut ur frysen. Rummet har hela tiden

temperaturen 20C. Ställ upp och lös den differentialekvation som beskriver

glasstårtans temperatur som funktion av tiden. **(2p)**

**LÖSNINGSFÖRSLAG**

1. Bestäm Re *w* om *w* = *z*2 och om *z* bestäms av att  samt arg *z* = 225°



**Svar:** 

2. Sätt 

Vänsterledet kan då skrivas



Ekvationen övergår då i



Om vänsterled och högerled är lika, så är realdelarna lika och imaginärdelarna lika. Det ger ett ekvationssystem:



**Svar:** 

3.



Vi har . Vi får ekvationen





**Svar:**



4.



Vi får:



Anpassning till bivillkoret:







**Svar:** 

5a.



**Svar:** 

5b. Vi noterar att talföljden är aritmetisk med  och . Vi får direkt



**Svar:** 10300

6.



**Svar:** 

7.



 approximeras med tangenten då  För tangenten gäller alltså att , och . Tangenten beräknas:



b)



**Svar:** a) 

b) 

8. Den homogena ekvationen har den karaktäristiska ekvationen



Därefter löses den inhomogena ekvationen genom att göra ansatsen vilket ger oss

Detta insättes i differentialekvationen



**Svar:** 

9. Vi beräknar rotationsvolymen med skivmetoden.



10. Eftersom ekvationens koefficienter är reella så är även en lösning. Ekvationen

har alltså en faktor



Polynomdivision ger



De återstående lösningarna till den givna ekvationen ges alltså av



**Svar:** Ekvationen har lösningarna 

11. Temperaturen på tårtan är y °C t timmar efter det att den togs ut ur frysen. Vi får differentialekvationen med villkor

y' = 0,40(20-y) där y(0) = -15

y' = 8 - 0,4y

y' + 0,4 y = 8 ⇒ homogen y' + 0,4 y = 0

lösning yh = Ce-0,40t

Partikulär yp= a ⇒ yp' = 0

I ekv. 0 + 0,4a = 8 ⇒ a = 20 ⇒ yp = 20

y = yh + yp = Ce-0,40t + 20

y(0) = -15 ⇒ C + 20 = -15 ⇒ C = -35

**Svar:** y = 20 - 35e-0,40t

**RÄTTNINGSMALL**

1) –

2) Korrekt uppställt ekvationssystem, fel vid lösning av ekvationssystemet -1p

3) Felaktig period/period saknas -2p

Påstår att radien är ±2 -1p

4) Fel lösning av homogena differentialekvationen -2p

Korrekt lösning av homogena differentialekvationen, fel vid användning av bivillkoret (t

ex deriveringsfel) -1p

5a) -

5b) -

6) Integrationsfel -2p

Svaret ofullständigt förenklat, t ex innehåller ln1 -1p

7)

8) Fel lösning av homogena differentialekvationen -3p

Felaktig ansats vid lösning av inhomogena differentialekvationen -2p

Fel vid lösning av ekvationssystemet -1p

9) Fel integral för bestämning av volymen -3p

Integrationsfel (då går det ju inte att komma fram till uttrycket för klotets volym) -3p

Formellt fel av typen  -1p

Bestämmer inte integrationsgränserna analytiskt OK denna gång

10) Har inte med den givna lösningen i svaret -0p

Korrekt multiplikation av 

samt rätt uppställd polynomdivision +1p

Korrekt utförd polynomdivision +1p

11) Korrekt uppställd differentialekvation inklusive bivillkor +1p

Ej definierat variablerna y och t -0p denna gång